

T-Test für abhängige Stichproben

Werden Beobachtungen paarweise einander zugeordnet, so spricht man von zwei abhängigen Stichproben. Werden beispielsweise pro Versuchsperson jeweils zweimal die Reaktionszeiten gemessen, einmal vor und einmal nach Verabreichung eines Medikaments, so sind die beiden Messungen abhängige Stichproben. Abhängige Stichproben haben wir aber auch im Falle von parallelen Messungen bei Ehepaaren. Denn auch in diesem Falle können wir einen wechselseitigen Einfluß der paarweise zugeordneten Messungen nicht ausschließen. Die Vorgangsweise sei an einem Beispiel erläutert:

Ausgangsdaten:

Reaktionszeit vorher	Reaktionszeit nachher	d_i	$(d_i - \bar{d})^2$
105	110	-5	0
110	110	0	25
105	110	-5	0
105	115	-10	25
100	110	-10	25
105	105	0	25

Vorgangsweise:

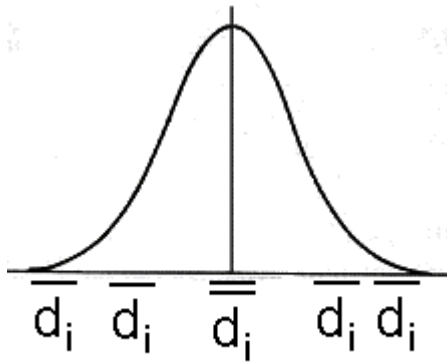
1) Wir berechnen den Mittelwert der Differenzen:

$$\bar{d}_i = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{n}$$

$$= -30 / 6 = -5$$

2) Unsere Kennwertverteilung ist in diesem Falle die Verteilung der Mittelwerte von Differenzen (und nicht - wie im Falle unabhängiger Stichproben -: die Verteilung der Differenzen der Mittelwerte)

Wir erwarten uns in dieser Verteilung einen durchschnittlichen Mittelwert von 0



Die Frage ist nun, wie wahrscheinlich es ist, unter Annahme der Nullhypothese (dass zwischen beiden Messungen tatsächlich kein Unterschied besteht), eine Abweichung von -5 zu bekommen.

3) Wir verwenden wiederum die t-Transformation, also:

$$t = \frac{\bar{d}_i - 0}{\sigma_{\bar{d}_i}}$$

4) Wir berechnen $\sigma_{\bar{d}_i}$. Dies ist der Standardfehler der Verteilung der Mittelwerte von Differenzen:

$$\sigma_{\bar{d}_i} = \frac{\sigma_{d_i}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{a) } \sigma_{d_i} = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d}_i)^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20} = 4.47$$

Dies ist die geschätzte Standardabweichung der Differenzen.

b) Der Standardfehler der Mittelwerte dieser Differenzen ist dann:

$$\frac{4.47}{\sqrt{6}} = 4.47 / 2.45 = 1.82$$

5) Daraus ergibt sich folgendes $t_{\text{errechnet}}$:

$$t = \frac{-5}{1.82} = -2.74$$

6) Zur Festlegung von t_{kritisch} auf dem 5% Signifikanzniveau benötigen wir vorerst die Freiheitsgrade. Bei zwei abhängigen Stichproben sind dies: $n - 1$, in unserem Beispiel also: $6 - 1 = 5$

Bei zweiseitiger Hypothesenprüfung erhalten wir ein t_{kritisch} von: 2,571

Da der Absolutbetrag von $t_{\text{errechnet}}$ größer ist als t_{kritisch} , entscheiden wir uns für die H_1 !